Механикадағы ұқсастық әдістері және өлшем бірліктер 7M05405-Механика және энергетика Дәріс 7 Қысқа конспект 7

**7-дәріс. - теоремасы мен ұқсастылық әдісін мысалдармен көрсету**

Алдыңғы дәрісте айтылғандай **- теоремасы мен ұқсастылық әдісін**  мысалдармен көрсетейік, ол үшін алдыңғы тақырыпта қарастырылған есептерді қолданайық.

6-тапсырмада (тартылған серіппемен жүкті тепе-теңдік жағдайына келтіру) мұнда төрт мән байланысады: жүк массасы, серіппенің серпімділік коэффициенті, оның ұзаруы және қайтарылу (қайту) уақыты. Теоремаға сәйкес үш бас (негізгі) шама – ұзындық, масса және уақыт – бұл төрт шамадан бір өлшемсіз комбинация құруға болады. Сәйкесінше, осы шамалар арасындағы байланысты функцияның келесі түрі ретінде жазуға болады

 (1.56)

функция аргументі өлшемсіз және оң жақта тұрған тұрақты шама да өлшемсіз. Аргумент дәрежесінің барлық көрсеткіштерін, олардың өлшемсіздіктерін сақтай отырып, бірдей санға өзгертуге болады, нәтижесінде көрсеткіштердің біреуін бірге теңестіре алатын боламыз. Мұны ізделген шама үшін жасаған ыңғайлы, дәл осы жағдайда уақытүшін*, l* көрсеткішін бір санына теңестіре отырып, алатынымыз

  (1.57)

(1.57) теңдеуі (1.27) теңдеуіне мәндес, бір айырмашылығы барлық көрсеткіштердің таңбалары кері.

7-есепте (цилиндрлік ыдыстан сұйықтықтың ағып шығуы) келесі шамалар арасындағы байланыс анықталды: t ағып шығу уақыты, сұйықтық тығыздығы, g еркін түсу үдеуі, h биіктік деңгейі,  және  қималары. Осы және шамалардың өлшемдіктерінің ішіндегі үшеуі ғана тәуелсіз:  және . Осылайша, аталған шамалардан үш өлшемсіз комбинацияны құруға болады:

 (1.58)

 комбинациядан t уақытын бөліп, оны келесі түрде жазуға болады:

 , (1.59)

бұдан бұрын да алғанымыз шығады.

Тағы бір мысалды қарастырайық. Құбыр диаметрі және сұйық тұтқырлығы , оған бойлық қысым градиенті әсер етеді   сұйықтықтың шығындық көлемін (яғни, әр секунд сайын ағып өтетін көлем) табу қажет.

Төрт шамадан , және  олардың өлшемдері

, (1.60)

ішіндегі үшеуі үшін тәуелсіз өлшемдерді белгілеуге (бекітуге) болады. Ол үшін ұзындық және басқа екі өлшемдерді алуға болады. Өлшемсіз комбинацияны қарапайым бас шамалар негізінде құруға болады, әдетте бас шамаларға – ұзындық, масса және уақыт алынады. Есепті шешу үшін тәуелсіз өлшемдіктер ретінде – ұзындық, уақыт және тұтқырлықты алып, соңғысын деп белгілейміз. Сонда қысым градиентінің өлшемі болады. Төрт өлшемнің және  үшеуі тәуелсіз болған кезде, тек жалғыз өлшемсіз комбинация құруға болады



және, демек,

 (1.61)

мұндағы

  (1.62)

Бұл Пуазейлдің белгілі формуласы, мұнда 

 (1.63)

Келесі есепте, тұтқыр сұйықтыққа құлап түсетін шардың жылдамдығын $v$ анықтайық. Доп диаметрі *d*, оның тығыздығы $ρ\_{1}$, сұйықтықтың тығыздығы $ρ\_{2}$ және оның тұтқырлығы *μ* берілген. Әрине, процесті анықтайтын шамалардың ішіне *g* еркін түсу үдеуі де кіреді. Есепті шешу үшін үш бас (негізгі) бірлік және алты шама бар, бұдан үш өлшемсіз комбинация құруға болады. Құбылысты анықтайтын шамалардың саны мен бас (негізгі) бірліктер арасындағы айырмашылық аз болса, соғұрлым есеп айқындалған болады. Егер есепке тағы бір бас бірлік еңгізсе, оны шешу анағұрлым оңайырақ болады. Оған күш бірлігін қабылдасақ ыңғайлы болады. Есепке кіретін шамалардың өлшемдері келесідей болады:

$$\left[v\right]=LT^{-1}, \left[d\right]=L, \left[ρ\_{1}\right]=\left[ρ\_{2}\right]=L^{-3}M, \left[μ\right]=L^{-2}TF, \left[g\right]=FM^{-1}.$$

Енді біз тек екі өлшемсіз комбинация құра аламыз. Олардың бірі ретінде, бұрын қарастырылған мысалдарға ұқсас, ${ρ\_{2}}/{ρ\_{1}}$ қатынасы алынған. Қалған шамалар дәрежесінің көрсеткіштері үшін теңдеулер құрып, екінші комбинацияны алуға болады, оның ішінде кез-келген тығыздық бар, мысалы$ ρ\_{1}: vμρ\_{1}^{-1}d^{2}g^{-1}$. Осылайша, ізделген түсу жылдамдық формуласы

$v=С\frac{d^{2}ρ\_{1}g}{μ}φ\left(\frac{ρ\_{2}}{ρ\_{1}}\right). $(1.64)

$φ\left({ρ\_{2}}/{ρ\_{1}}\right) $функциясы есептің берілген шартынан анықталмайды.

Бір қызығы, ауа көпіршігінің сұйық бетіне көтеріліп шығу жылдамдығы туралы есеп те осыған ұқсайды (оның тығыздығын ескермеуге болады) және айқындалған болады, өйткені есепке кірген шамалар саны 1-ге кемиді. Бұл жағдайда өлшемсіз комбинация пайда болатыны анық

$$\frac{μv}{d^{2}ρ\_{2}g} ,$$

көпіршіктің сұйық бетіне көтерілу жылдамдығы осыдан шығатын болады

 $v=Сd^{2}μ^{-1}ρ\_{2}g.$(1.65)

(1.64) және (1.65) салыстыру арқылы $φ\left({ρ\_{2}}/{ρ\_{1}}\right) $функциясы келесідей болатынын қорытындылауға болады

$φ\left(\frac{ρ\_{2}}{ρ\_{1}}\right)=1-\frac{ρ\_{2}}{ρ\_{1}}$ , (1.66)

осылайша (1.64) айналады

 $v=С\frac{d^{2}g}{μ}\left(ρ\_{1-}ρ\_{2}\right)$. (1.67)

(1.92) формуласы тұтқыр сұйықтықтағы доп қозғалысының барлық жағдайларын сипаттайды, осыдан бастап $ρ\_{1>}ρ\_{2}$ және $ρ\_{1<}ρ\_{2}, ρ\_{1}=0 дейін$, өйткені $v$ оң және теріс мәндерге тең бола алады.